

# AUFNAHMEPRÜFUNG 2011

## ARITHMETIK / ALGEBRA 1

19. März 2011

<b>Name, Vorname</b>	<b>Nr.</b>
----------------------	------------

**Zeit** 100 Minuten  
**Hilfsmittel** Taschenrechner (nicht programmierbar, netzunabhängig)  
Persönliche Formelsammlung (ohne Beispiele)  
Ein Formelblatt liegt bei.  
**Hinweise** Die Prüfung enthält 8 Aufgaben.  
Die Prüfung ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu schreiben.  
Kein eigenes Papier verwenden  
Entwurfspapier bei der Aufsicht verlangen

<b>Note</b>
-------------

	maximale Punktzahl	Erreichte Punkte		maximale Punktzahl	Erreichte Punkte
Aufgabe 1	2		Aufgabe 5	2	
Aufgabe 2	2		Aufgabe 6	2	
Aufgabe 3	2		Aufgabe 7	2	
Aufgabe 4	2		Aufgabe 8	2	
			<b>Total</b>	<b>16</b>	

<b>Experte 1</b>	<b>Experte 2</b>

**Arithmetik / Algebra**

Zeit: 100 Minuten

- Nummerieren Sie die Aufgaben.
- Der Lösungsweg ist ausführlich und klar aufzuschreiben.  
Ohne Lösungsweg gibt es keine Punkte.
- Alle Nummern werden gleich stark mit 2 Punkten bewertet.
- Resultate sind sinnvoll zu runden.

1. Stellen Sie fest, ob die folgenden Punkte auf der Geraden  $y = -0.3x + \frac{7}{8}$  liegen.  
Falls nicht, korrigieren Sie die y-Koordinate.

A(10/- 2.125 )

B(- 2.6/1.655)

C(100/- 21.25)

2. Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Gleichung.

$$10(x - 7)(x - 3) - [(x - 5)(x - 3) + 2(x - 4)^2 - 2] = 7(x - 5)(x - 7)$$

3. Vereinfachen Sie so weit als möglich.

a)  $(2a)^4(-a^2b)^2(-ab)^3$

b)  $(4x^3y^2 + 2x^2y^3 - 6x^2y^2) : 2x^2y^2$

4. a) Führen Sie den folgenden Term auf die einfachste Form:

$$\frac{m+n}{a-b} \cdot \frac{x^2-a^2}{m-n} \cdot \frac{a-b}{x-a}$$

- b) Erweitern Sie diese Brüche auf den kleinstmöglichen gemeinsamen Nenner!

$$\frac{3a}{-4abc^2} \quad ; \quad \frac{2a-1}{6a^2bc} \quad ; \quad \frac{5b^3}{8ab^2c}$$

5. a) Schreiben Sie die Aufgaben ab und schreiben Sie hinter jede Umformung entweder „korrekt“ oder „falsch“.  
 b) Für alle nicht korrekten Umformungen schreiben Sie auf, wie der Term rechts des Gleichheitszeichens aussehen muss.

1) $2\sqrt{a} = \sqrt{4a}$	3) $\sqrt{a} + 2\sqrt{a} = \sqrt{3a}$
2) $\sqrt{a} : \sqrt{a} = 0$	4) $(2\sqrt{a} - \sqrt{a})^2 = a$

- c) Machen Sie aus den Produkten Summen.

1) $(5x - \sqrt{5})^2 =$	2) $(4 + \sqrt{x})(4 - \sqrt{x}) =$
--------------------------	-------------------------------------

6. a) Frau Schwarz bezieht bei einer Zockerbank einen Kredit von Fr. 12'500.00. Acht Monate später bezahlt sie dafür einen Zins von Fr. 812.50. Zu welchem Zinssatz ist der Kredit verzinst?  
 b) Wie hoch dürfte der Kredit sein, dass Frau Schwarz bei 8% innerhalb eines Jahres höchstens diesen Zins bezahlen müsste?

7. Lösen Sie mit einer Gleichung:  
 Ein Vater ist jetzt 41, sein Sohn 17 Jahre alt. Vor wie vielen Jahren war der Vater siebenmal so alt wie der Sohn?

8. Es ist 7. August und das Thermometer zeigt schon am Vormittag  $24^\circ \text{C}$ . Um der sommerlichen Hitze in Interlaken (560 m ü M) zu entgehen, beschliesst eine Touristin, einen Ausflug aufs Jungfraujoch (3470 m ü M) zu unternehmen.  
 a) Mit welcher Temperatur kann sie auf dem Jungfraujoch rechnen, wenn die Meteorologen unter Berücksichtigung der Luftfeuchtigkeit eine Temperaturabnahme von ca.  $0.65^\circ \text{Celsius}$  pro 100 Meter erwarten?  
 b) Auf welcher Höhe befindet sich, unter gleichen Vorbedingungen, die Nullgradgrenze an diesem Tag?

**Lösungen:**

- Es werden keine  $\frac{1}{4}$  - Punkte vergeben.
- Grundsätzlich pro Fehler –  $\frac{1}{2}$  P

1. Durch Einsetzen in die Geradengleichung lässt sich zeigen, ob die Punkte auf der Geraden liegen oder eben nicht.

A(10/– 2.125 ) richtig (0.5 Punkte)	B(– 2.6/1.655) richtig (0.5 Punkte)	C(100/– 29.125) (1 Punkt)
----------------------------------------	----------------------------------------	------------------------------

2. *Bewertung:*

- *Pro Auflösungsfehler:  $\frac{1}{2}$  P. Abzug*

$$\begin{array}{l}
 10(x-7)(x-3) - [(x-5)(x-3) + 2(x-4)^2 - 2] \\
 10(x^2 - 10x + 21) - [x^2 - 8x + 15 + 2(x^2 - 8x + 16) - 2] \\
 10x^2 - 100x + 210 - [x^2 - 8x + 15 + 2x^2 - 16x + 32 - 2] \\
 10x^2 - 100x + 210 - x^2 + 8x - 15 - 2x^2 + 16x - 32 + 2 \\
 7x^2 - 76x + 165 \\
 -76x + 165 \\
 \\
 8x + 165 \\
 8x \\
 \mathbf{x}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 = 7(x-5)(x-7) \\
 = 7(x^2 - 12x + 35) \\
 = 7x^2 - 84x + 245 \\
 = 7x^2 - 84x + 245 \\
 = 7x^2 - 84x + 245 \\
 = -84x + 245 \\
 +84x \\
 = 245 \\
 = 80 \\
 = \mathbf{10}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 -7x^2 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 -165 \\
 : 8
 \end{array}
 \right.$$

3. *Bewertung:*

- *Pro richtiges Schlussresultat 1 P.*
- *Pro Auflösungsfehler:  $\frac{1}{2}$  P. Abzug*

a)  $(2a)^4(-a^2b)^2(-ab)^3$   
 $= 16a^4 \cdot a^4b^2 \cdot (-a^3b^3) = -16a^{11}b^5$

b)  $(4x^3y^2 + 2x^2y^3 - 6x^2y^2) : 2x^2y^2$   
 $= \mathbf{2x + y - 3}$

4. a) 
$$\frac{m+n}{a-b} \cdot \frac{x^2-a^2}{m-n} \cdot \frac{a-b}{x-a}$$

Lösung: 
$$\frac{(m+n)(\cancel{x-a})(x+a)(\cancel{a-b})}{(\cancel{a-b})(m-n)(\cancel{x-a})} = \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

$$\frac{(m+n)(x+a)}{m-n} \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

b) 
$$\frac{18 a^2 b}{-24 a^2 b^2 c^2} \quad ; \quad \frac{-4bc(2a-1)}{-24 a^2 b^2 c^2} \quad ; \quad \frac{-15 ab^3 c}{-24 a^2 b^2 c^2} \quad 1 \text{ P}$$

5. a) Welche Umformungen sind korrekt?  
(0.5P für alle vier Terme korrekt eingeordnet)
- b) Korrigieren Sie die falschen Umformungen! (0.5 P für beide Terme korrekt korrigiert)

$2\sqrt{a} = \sqrt{4a}$ richtig	$\sqrt{a} + 2\sqrt{a} = \sqrt{3a}$ falsch $\sqrt{a} + 2\sqrt{a} = 3\sqrt{a}$
$\sqrt{a} : \sqrt{a} = 0$ falsch $\sqrt{a} : \sqrt{a} = 1$	$(2\sqrt{a} - \sqrt{a})^2 = a$ richtig

- c) Machen Sie aus den Produkten Summen! (je  $\frac{1}{2}$  P.)

$(5x - \sqrt{5})^2 = 25x^2 - 10\sqrt{5}x + 5$	$(4 + \sqrt{x})(4 - \sqrt{x}) = 16 - x$
-----------------------------------------------	-----------------------------------------

6. Es muss ein sinnvoller, nachvollziehbarer Lösungsweg ersichtlich sein.
- *Pro Auflösungsfehler: ½ P. Abzug*
  - *Fehlender Schlusssatz ½ P. Abzug*

a)

$$\begin{array}{rcl}
 812.5 & = & \frac{12500 \cdot p \cdot 8}{100 \cdot 12} & \left| \begin{array}{l} \text{kürzen mit 100 und mit 4} \\ \\ \\ \end{array} \right. \\
 812.5 & = & \frac{125 \cdot p \cdot 2}{1 \cdot 3} & *3 \\
 2437.5 & = & 250p & :250 \\
 \mathbf{9.75} & = & \mathbf{p} & 
 \end{array}$$

**Der Kredit ist zu 9.75% verzinst.**

b)

$$\begin{array}{rcl}
 812.5 & = & \frac{k \cdot 8}{100} * 100 \\
 81250 & = & 8k & \left| : 8 \right. \\
 \mathbf{10156.25} & = & \mathbf{k} & 
 \end{array}$$

**Der Kredit könnte höchstens 10156.25 Fr. betragen.**

7. Die Aufgabe muss mit einer Gleichung gelöst werden, ansonsten werden keine Punkte vergeben.

Gesucht:

x: Anzahl Jahre, vor denen der Vater siebenmal so alt wie der Sohn war (*½ P*)

$$41 - x = 7 ( 17 - x) \quad (\frac{1}{2} \text{ Punkt})$$

$$41 - x = 119 - 7x$$

$$6x = 78$$

$$x = 13 \quad (\frac{1}{2} \text{ Punkt})$$

**Vor 13 Jahren war der Vater siebenmal so alt wie der Sohn!** (*½ Punkt*)

- 
8. a)  
Höhendifferenz Interlaken – Jungfrauojoch:  $3470 - 560 = 2910$  m  
Temperaturdifferenz folglich:  $29,1 \text{ mal } 0,65^\circ\text{C} = 18,915^\circ\text{C}$   
gerundet  $18,9^\circ\text{C}$  ½ P.

**Die Temperatur auf dem Jungfrauojoch wird ca.  $5,1^\circ\text{C}$  betragen.** ½ P.

- b)  
Wenn  $0,65^\circ\text{C}$  etwa 100 m Höhendifferenz ergeben, so wird  
die Nullgradgrenze  $5,1^\circ\text{C} : 0,65 \text{ mal } 100 = 784,61$  m höher liegen ½ P.  
**Die Nullgradgrenze liegt 4252,3 m** ½ P.

**anderer Lösungsweg:** Berechnung von Interlaken aus:  
 $24 : 0,65 * 100 = 3692,3$  (Die Nullgradgrenze liegt 3692,3 m höher als Interlaken.) ½ P.

$3692,3 + 560 = 4252,3$   
**Die Nullgradgrenze liegt auf 4252,3 m.** ½ P.

---

<b>Formelsammlung</b>	
<b>Algebra</b>	
Binomische Formeln	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Prozentrechnen	$\text{Prozentwert} = \frac{\text{Grundwert} \cdot \text{Prozentsatz}}{100}$ $w = \frac{g \cdot p}{100} \quad \text{oder} \quad W = G \cdot p$
Zinsrechnen	$\text{Zins} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinsfuss}}{100}$ $z = \frac{k \cdot p}{100} \quad \text{oder} \quad Z = K \cdot p$ $\text{Marchzins} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinsfuss} \cdot \text{Tage}}{100 \cdot 360}$ $Z_t = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} \quad \text{oder} \quad Z_t = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$
Geschwindigkeit	$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} \quad v = \frac{s}{t}$